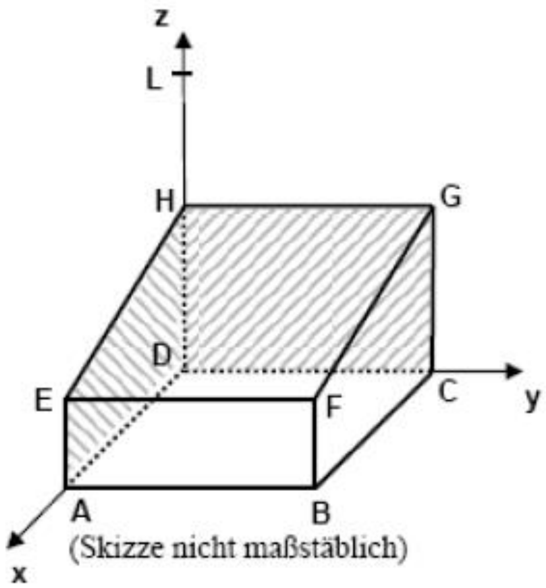
Aufgabe B1 Landesabitur Hessen 2010 GK



Gegeben: B(5|3,5|0), E(5|0|2), H(0|0|3)

1.1. A(5|0|0), C(0|3,5|0), F(5|3,5|2), G(0|3,5|3)

1.2. Trapez $(BCGF) = \frac{2+3}{2} \cdot 5 = 12{,}5$

Rechteck $(ABFE) = 3{,}5 \cdot 2 = 7$

Rechteck $(EFGH) = 3{,}5 \cdot \sqrt{5^2 + (3-2)^2} = 3{,}5 \cdot \sqrt{26} \approx 17{,}85$

Die zu verglasende Außenfläche ist ca. 37,35 FE groß

1.3. Der Rauminhalt ist $V = G \cdot h = 12{,}5 \cdot 3{,}.5 = 43{,}75$ RE

2.1. $E_1 = E_{EFGH} : \vec{x} = \overrightarrow{OH} + r \cdot \overrightarrow{HE} + s \cdot \overrightarrow{HG} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$. Den Normalenvektor

erhalten wir aus $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3{,}5 \\ 0 \\ 17{,}5 \end{pmatrix}$, also $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$, und damit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = 15$,

also die Koordinatengleichung $\underline{x_1 + 5x_3 = 15}$

2.2. Wir berechnen den Winkel α zwischen den Vektoren $\overrightarrow{EH}$ und $\overrightarrow{AD}$ aus der Gleichung

$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{EH} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{EH}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{1}{\sqrt{26} \cdot 5} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{25}{\sqrt{26} \cdot 5} = \frac{5}{\sqrt{26}}$ ➔ $\alpha \approx 11{,}3^0$,d.h. die

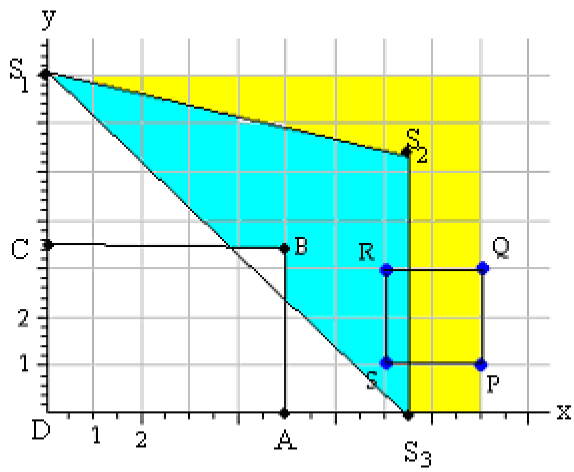
Bedingung ist erfüllt.

3. L(0|0|6)

3.1 Der Sandkasten liegt in der x_1-x_2-Ebene ($x_3=0$) wir müssen nun die Schnittpunkte der Geraden g_{LG}, g_{LF} und g_{LE} mit der Ebene bestimmen:

- $g_{LG}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}5 \\ -3 \end{pmatrix}$ ➔ 6-3r=0 ➔ r=2 ➔ $S_1(0|7|0)$
- $g_{LF}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3{,}5 \\ -4 \end{pmatrix}$ ➔ 6-4r=0 ➔ r=1,5 ➔ $S_2(7{,}5|5{,}25|0)$
- $g_{LE}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ ➔ 6-4r=0 ➔ r=1,5 ➔ $S_3(7{,}5|0|0)$

Die Abbildung zeigt die Punkte der Grundfläche, des Sandkastens und die Schnittpunkte der Grenzstrahlen in der x_1-x_2-Ebene. Man erkennt leicht, dass der Sandkasten nicht voll ausgeleuchtet ist.



3.2. Um den Inhalt der im Schatten liegende Gartenfläche zu bestimmen kann man den Inhalt des Trapezes $DS_3S_2S_1$ bestimmen und davon den Inhalt der Grundfläche $ABCD$ des Wintergartens abziehen.